AGUSTÍN CURO
MIHÁLY MARTÍNEZ

Matemática básica para administradores

AGUSTÍN CURO
MIHÁLY MARTÍNEZ

Matemática básica para administradores

Lima, marzo de 2013

© Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC)

Primera publicación: marzo de 2013

Impreso en el Perú - *Printed in Peru*

Corrección de estilo: Jessica Vivanco L.

Diseño de cubierta: Germán Ruiz Ch.

Diagramación: Diana Patrón Miñán

Editor del proyecto editorial

Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas S.A.C.

Av. Alonso de Molina 1611, Lima 33 (Perú)

Teléf: 313-3333

www.upc.edu.pe

Primera edición: marzo de 2013

Libro electrónico disponible en <http://pe.upc.libri.mx>

Esta obra se publicó por primera vez en versión impresa en marzo de 2013.

Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC)
Centro de Información

Curo, Agustín y Martínez, Mihály. Matemática básica para administradores.

Lima: Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC), 2013

ISBN: xxxxxxxxxxxxxxxx

MATEMÁTICAS, LÓGICA MATEMÁTICA, MATRICES, ECUACIONES, FUNCIONES DE
VARIABLE REAL, FUNCIONES LOGARITMICAS, FUNCIONES EXPONENCIALES

510.711 CURO

Todos los derechos reservados. Esta publicación no puede ser reproducida, ni en todo ni en parte, ni registrada en o transmitida por un sistema de recuperación de información, en ninguna forma ni por ningún medio, sea mecánico, fotoquímico, electrónico, magnético, electroóptico, por fotocopia o cualquier otro, sin el permiso previo, por escrito, de la editorial.

El contenido de este libro es responsabilidad de los autores y no refleja necesariamente la opinión de los editores.

| Contenido

Prólogo	7
Introducción	8
Unidad 1: Introducción a la lógica	11
1.1. Lógica proposicional	11
1.2. Análisis de argumentos	20
1.3. Estrategias y resolución de problemas	30
1.4. Conjunto de los números reales. Ecuaciones	43
1.5. Ecuación de segundo grado. Ecuación polinómica	53
1.6. Ecuaciones racionales e irracionales reducibles a ecuaciones de primer y segundo grado	63
1.7. Aplicaciones de ecuaciones de primer y segundo grado	73
1.8. Logaritmos	83
1.9. Aplicaciones de las exponenciales y logaritmos al interés compuesto	89
1.10. Sistema de ecuaciones de dos variables	96
1.11. Intervalos e inecuaciones de primer grado	106
1.12. Inecuaciones polinomiales y racionales	121
Unidad 2: Matrices	132
2.1. Definición. Tipos y operaciones básicas	132
2.2. Aplicaciones de operaciones con matrices	147
2.3. Sistema de ecuaciones lineales. Determinantes y la regla de Cramer	154
2.4. Sistema de ecuaciones lineales. Método de reducción de matrices	161
2.5. Aplicaciones de sistemas de ecuaciones lineales	170

Unidad 3: Gráfica de ecuaciones en el plano	177
3.1. Sistema de coordenadas rectangulares	177
3.2. Ecuación de la recta	184
3.3. Aplicaciones de rectas	195
3.4. Desigualdades en dos variables	202
3.5. Programación lineal	216
Unidad 4: Funciones reales de variable real	230
4.1. Funciones	230
4.2. Gráfica de funciones	241
4.3. Lectura de gráficas	254
4.4. Transformaciones gráficas de funciones	268
4.5. Aplicaciones de la función lineal y las transformaciones de gráficas	284
4.6. Función cuadrática	293
4.7. Función polinomial	304
4.8. Aplicaciones de funciones polinomiales. Optimización	313
4.9. Razón de cambio promedio y variación porcentual	320
4.10. Aplicaciones: Elasticidad, precio de la demanda	330
4.11. Operaciones con funciones	341
4.12. Composición de funciones	349
4.13. Aplicaciones de las operaciones con funciones	361
4.14. Función inversa. Relación implícita	368
4.15. Aplicaciones de la función inversa y la relación implícita	380
Unidad 5: Función exponencial y logarítmica	386
5.1. Función exponencial	386
5.2. Función logarítmica	398
5.3. Ecuaciones exponenciales y logarítmicas	409
5.4. Aplicaciones de funciones exponenciales	415
Respuestas	427
Bibliografía	480

Prólogo

Matemática básica para administradores es un libro que se enfoca en desarrollar una forma diferente de enseñar el curso inicial de Matemática a los futuros administradores. En este libro, los autores ponen en práctica la innovadora idea que tienen para hacer que los alumnos participen de manera activa en el desarrollo de las clases.

La gran dificultad de los estudiantes en el aprendizaje de la matemática a nivel universitario es el reto más importante con el que los profesores deben actualmente lidiar. ¿Por qué los alumnos tienen tanta dificultad para aprender matemática a nivel universitario? Esta es la gran pregunta que los docentes han tratado de responder desde hace mucho tiempo. Este libro no espera dar respuesta a esta pregunta, sino que plantea una solución y esta es que el alumno sea un participante activo de su propio aprendizaje, interiorizando la filosofía educativa de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC).

Los profesores Agustín Curo y Mihály Martínez han logrado plasmar en este libro toda su experiencia en la docencia universitaria y —con el apoyo de todos aquellos profesores que de una u otra forma colaboraron con la maduración del curso que se dicta en la UPC— han logrado redondear un conjunto de ejercicios que muestran toda su intención de que el estudiante logre obtener los resultados esperados. Todos los profesores que han dictado el curso de Matemática Básica para Administración se han desatado por su preocupación constante en el nivel de aprendizaje que deben lograr los estudiantes de las carreras de Administración y, a través de una metodología participativa, han sido capaces de atraer la atención de los alumnos en la resolución de problemas de matemática.

El presente libro es una prueba de lo importante que es hacer participar al estudiante en su propio proceso de aprendizaje. Los profesores Curo y Martínez, a través de ejercicios y problemas, logran captar la atención de sus alumnos y así desarrollar una técnica de enseñanza que obtiene mejores resultados a medida que el estudiante se identifica con la necesidad de su propio involucramiento en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Matemática básica para administradores es un libro que brindará a los estudiantes una herramienta muy positiva para incrementar los resultados que puedan lograr en el curso. Sin duda alguna, este libro será fundamental para mejorar los resultados hasta hoy obtenidos tanto dentro como fuera de la UPC.

Fernando Sotelo
Director del Área de Ciencias
Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas

Introducción

La presente obra tiene por objetivo ayudar al alumno en su camino al aprendizaje de la matemática básica. Los contenidos que la conforman son los que normalmente se desarrollan en un primer curso para los estudiantes de Administración y Negocios, y van desde una introducción a la lógica de proposiciones y análisis de argumentos, transitando por el álgebra elemental y las matrices, hasta las funciones reales de variable real, concluyendo con las funciones exponenciales y logarítmicas. Esperamos que le sea útil al autor no solo como un manual de ejercicios, sino como una guía teórico-práctica que le permita entender los conceptos sobre los que se fundamenta cada tema y aplicar lo aprendido a sus análisis administrativos.

Todos los temas tratados aquí tienen una estructura similar de aprendizaje que consta de tres partes muy marcadas e importantes: la base teórica, el cálculo algebraico y geométrico, y la modelación y resolución de problemas de situaciones del contexto real en el ámbito de administración.

Una de las piezas fundamentales de nuestra obra es la base teórica sobre la que descansa cada tema tratado. En ella, aunque de manera breve, se justifican los procedimientos realizados para la obtención de resultados; el análisis de los errores cometidos; el porqué de las operaciones realizadas, de la discriminación de soluciones, de la interpretación de resultados; etcétera.

Otra parte elemental de nuestra obra es la referida al cálculo algebraico y al geométrico. Los diversos ejemplos planteados en el libro permiten realizar operaciones elementales que poco a poco irán desarrollando la destreza en el cálculo. Los ejemplos planteados no se han concebido bajo la idea de aumentar la complejidad de ellos de modo abstracto, sino de crear ejemplos que al resolverlos desarrollen diferentes tipos de razonamientos que involucren el conocimiento de otros conceptos, para así evitar cálculos engorrosos. El cálculo algebraico, debido a su amplitud, permite encontrar diferentes caminos y procedimientos para obtener una solución, pero enfocar dicho cálculo bajo un aspecto geométrico genera otro tipo de habilidades sumamente importantes, sobre todo, referidas a la interpretación. Por ejemplo, plantear una ecuación lineal en dos variables cobra vida cuando se le asocia a la gráfica de una recta en el plano y, eso no es todo, al enfocar la gráfica de la recta como una función lineal se pueden apreciar visualmente sus diferentes características. En este libro se presentan distintos métodos de graficación y de interpretación gráfica, de modo que constantemente se puede transitar entre diferentes registros de representación, lo que permitirá a los lectores una mejor comprensión de la información en cada tema tratado.

La modelación de problemas de situaciones reales en el ámbito de administración es también uno de los aportes de este libro de trabajo. Se han adaptado en el libro todos los temas matemáticos, de naturaleza abstracta, a situaciones del contexto real. Los problemas de modelación planteados utilizan conceptos estudiados en los cursos de las carreras de Administración y Negocios. Entre ellos destacan los conceptos de costos, ingresos, utilidades, oferta, demanda, impuestos, elasticidad, etc. La riqueza de estos problemas se basa en poder aplicar la matemática a situaciones reales en las cuales se entrelacen la teoría matemática, el enfoque algebraico, la interpretación gráfica y los conceptos administrativos, siendo el principal objetivo que los lectores analicen situaciones y basen sus resultados dentro del dominio de la matemática.

Muchos de los temas aquí desarrollados siguen una secuencia lógica que se puede encontrar en cualquier otro texto de la misma naturaleza, sin embargo, en algunos temas se ha creído conveniente cambiar el orden sin alterar el orden lógico de los mismos. Por ejemplo, el tema de determinantes y la regla de Cramer se presenta antes del desarrollo de sistemas de ecuaciones lineales (SEA) por el método de la eliminación de Gauss. Esto tiene una explicación, la regla de Cramer solo resuelve cierto tipo de sistemas de ecuaciones lineales mientras que el método de eliminación Gauss resuelve todos estos sistemas.

Por otro lado, se han incorporado al inicio algunos aspectos fundamentales de la lógica que ayudarán al estudiante a entender los conectivos lógicos más usados y sus valores de verdad para obtener proposiciones equivalentes, y las reglas básicas de inferencia lógica para utilizarlas adecuadamente a entender la lectura de un problema, analizar argumentos y hacer conclusiones válidas a partir de ciertas premisas.

La forma como se presentan los contenidos de cada tema y el modo de guiar a los lectores en la resolución de los ejemplos y de los problemas planteados son fruto de los estudios, experiencia, reuniones constantes de discusión e intercambio de ideas de los autores; es también consecuencia de los diálogos y críticas constructivas de los docentes del curso de Matemática Básica para administradores de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas, así como de los materiales de clase desarrollados por ellos y por los autores. Todo esto permitió desarrollar un libro de matemática que escapa del tradicional libro teórico y aplicativo. Hoy damos vida a este libro que pretende llegar más allá en materia de enseñanza.

Características pedagógicas

En cada sección se ha tratado de incorporar, en la medida de lo posible, el modelo pedagógico de la Universidad, que es el modelo MATE: motivación, adquisición, transferencia y evaluación. En las definiciones y en cada explicación de conceptos, resolución de ejemplos y problemas, se ha hecho un esfuerzo por utilizar un lenguaje sencillo cercano al estudiante, justificando cada paso, incorporando métodos constructivos y reflexivos en el aprendizaje. Los ejemplos están presentados en orden creciente de dificultad y variados. Se destaca en la obra la forma como se estructuran los problemas. Cada tema empieza con un ejemplo desarrollado en el que se explican los conceptos involucrados en la resolución; luego, se plantea otro ejemplo en el que el lector va siendo guiado por el mismo libro en su desarrollo. El objetivo es que el estudiante aprenda a resolver ejemplos de forma ordenada, racional y que, en ese proceso, sienta un libro amigable que promueva el aprendizaje autónomo.

En la mayor parte de la obra, se ha tratado de cerrar un bloque con una sección de aplicaciones.

Reconocimientos

Deseamos expresar nuestro agradecimiento a los siguientes profesores con quienes compartimos el dictado del curso de Matemática Básica (ADM) de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas en estos últimos años y que aportaron con sus comentarios, críticas constructivas, y en la resolución y comprobación de soluciones de los ejercicios que han sido valiosos en el desarrollo del curso: Edith Giovanna Arce Cortez, Luis Leoncio Barboza Carape, Mónica Luz Cabrera Ortega, Raúl Chávez Aquino, Reynaldo Hugo Cortez Zevallos, Alejandro Wálter de la Cruz Sánchez, Gloria Angélica Elena Espinoza

Colán de Herrera, Jairo Yamil Esquivel Ortiz, Luis Demetrio Fernández Basaldua, Marie Cosette Girón Suazo, Magna Julia Guerrero Celis, Jorge Luis Guzmán Aguilar, Juan Guillermo Herrera García, Nelly Kau Kau, Johnny Alberto Malaver Ortega, David Alberto Maldonado Carrasco, Hortensia Mamani Cosco, Renzo Patricio Mere Donayre, Fernando Damián Montesinos Andreses, Armando Alfredo Novoa Allagual, Eduardo Ortiz Chauca, Aldrín Ethel Peña Lizano, Erick Jozsef Pozsgai Hernani, Jorge Humberto Prado Linares, Óscar Reynaga Alarcón, Claudio Felipe Ríos Ibarra, Juan de Dios Saavedra Farfán, David Sáenz López, Jorge Raul Silva Santisteban Chero, Ángel Felipe Soto Valdivia, Mario Saúl Tiza Domínguez, Alberto Uchasara Quispe, Carlos Eleodoro Valencia Segura, Cecilia Lina Vidal Castro y Edwin Villogas Hinostroza.

Queremos agradecer también a nuestros revisores Marie Cosette Girón Suazo, Erick Jozsef Pozsgai Hernani y Héctor Viale Tudela, por sus contribuciones en esta obra. Un agradecimiento muy especial a los profesores Gloria Angélica Elena Espinoza Colán de Herrera y Juan Guillermo Herrera García, quienes desde un inicio estuvieron apoyándonos y colaborando de manera muy estrecha disponiendo de su valioso tiempo; al profesor Jorge Luis Guzmán Aguilar por su importante aporte en las secciones de Lógica y al profesor Erick Jozsef Pozsgai Hernani por su revisión minuciosa y sugerencias detalladas.

Finalmente, queremos agradecer a Fernando Sotelo Raffo, director del Área de Ciencias de la Universidad, por su confianza y la oportunidad de hacer realidad esta obra, asimismo, agradecemos a los colegas profesores a tiempo completo de Matemática del Área de Ciencias por su apoyo.

Unidad 1: Introducción a la lógica

El estudio de la lógica de proposiciones ha venido a menos en estos últimos tiempos. En las escasas oportunidades en que se desarrolla, se realiza enfatizando en la parte algebraica de la determinación de valores de verdad o simplificando expresiones proposicionales complejas. Poco se detiene en el estudio reflexivo de los conectivos lógicos y las expresiones proposicionales equivalentes. Por ejemplo, sean las siguientes expresiones:

- No es cierto que voy a la biblioteca o a la cafetería.
- No voy a la biblioteca o no voy a la cafetería.

¿Son equivalentes estas expresiones? En esta sección se hace un estudio elemental de las proposiciones, los conectivos y sus valores de verdad, y las proposiciones equivalentes.

1.1. Lógica proposicional

Un enunciado es toda frase u oración que se utiliza en el lenguaje común. Algunos enunciados son afirmaciones, órdenes, interrogaciones, exclamaciones, etcétera.

Ejemplo 1

- a. La UPC tiene más de 15 000 estudiantes.
- b. ¡Feliz aniversario!
- c. La tolerancia para ingresar al aula de clase en la universidad es de 15 minutos.
- d. ¿Cuál es la nota mínima para aprobar un curso en la universidad?
- e. Prohibido fumar en clase.
- f. Esta proposición es falsa.

Una proposición es un enunciado que puede ser calificado, o bien como verdadero o bien como falso, pero no ambos a la vez.

Ejemplo 2

- a. La inflación del Perú en el año 2011 fue menor al 3 %.
- b. Ya se firmó el TLC entre Perú y Japón.
- c. La economía se divide en microeconomía y macroeconomía.
- d. Hoy estudio para el examen de Matemática y escucho música instrumental.

- e. Voy a la biblioteca o a la cafetería.
- f. Si el precio del producto es mayor al precio de equilibrio, entonces hay exceso de oferta.

Ejemplo 3

Indique con un check los enunciados que sean proposiciones:

a. ¿Usted habla italiano?	_____
b. Prohibido fumar en lugares públicos como este.	_____
c. Toda ecuación cuadrática tiene dos soluciones reales.	_____
d. La captura del terrorista Abimael Guzmán fue en el año 2000.	_____
e. A quien madruga Dios le ayuda.	_____
f. Dios es misericordioso.	_____
g. En un monopolio, los precios de los artículos suben.	_____
h. El PBI crecerá 5,4 % durante el periodo 2011-2012.	_____
i. Esta proposición es falsa.	_____

Las proposiciones simples son aquellas que tienen un solo componente, es decir, no se pueden separar en dos proposiciones. Se les denota con las letras minúsculas p, q, r , etcétera. A la verdad (V) o falsedad (F) de la proposición se le llama valor de verdad.

Por ejemplo, las proposiciones:

- a. La inflación del Perú en el año 2011 fue menor al 3 %.
- b. Ya se firmó el TLC entre Perú y Japón.
- c. La economía se divide en microeconomía y macroeconomía.

son simples, ya que expresan una sola idea. A estas proposiciones se les puede simbolizar así:

- p : La inflación del Perú en el año 2011 fue menor al 3 %
 q : Ya se firmó el TLC entre Perú y Japón.
 r : La economía se divide en microeconomía y macroeconomía.

Una proposición compuesta es aquella que está formada por dos o más proposiciones simples, llamadas componentes de la proposición compuesta. Estas proposiciones simples están unidas o relacionadas por no, y, o, si..., entonces..., etcétera, llamados conectivos o conectores.

Por ejemplo, las siguientes proposiciones:

- a. Hoy estudio para el examen de Matemática y escucho música instrumental.
- b. Voy a la biblioteca o a la cafetería.
- c. Si el precio del producto es mayor al precio de equilibrio, entonces hay exceso de oferta.

están formadas por dos proposiciones simples, la primera: «Hoy estudio para el examen de Matemática» y «hoy escucho música instrumental», separadas por el conector y; la segunda: «Voy a la biblioteca» o

«voy a la cafetería», separadas por el conector *o*; la tercera: Si «el precio del producto es mayor al precio de equilibrio», entonces «hay exceso de oferta», separadas por el conector *entonces*.

Sin embargo, existen proposiciones que dan la impresión de ser compuestas, pero no lo son, porque no se pueden separar en dos proposiciones simples, tal es el caso de la siguiente proposición:

Alicia y Juan son hermanos.

Ahora considere la proposición «El promedio ponderado de mis cursos es mayor que 15». La negación se obtiene intercalando la palabra *no* o anteponiendo la expresión *no es cierto que* en la proposición, así:

«El promedio ponderado de mis cursos *no* es mayor que 15», o
«*No es cierto que* el promedio ponderado de mis cursos es mayor que 15».

La negación de una proposición verdadera es falsa y la negación de una proposición falsa es verdadera.

Conectivos lógicos

Para simplificar el estudio de las proposiciones lógicas, se utilizan símbolos para los conectivos lógicos, los cuales se muestran en la tabla:

Proposición	Conectivo	Símbolo	Significado
Negación	No	~	Cambia el valor de verdad de una proposición simple.
Conjunción	y	^	Indica que se deben dar las dos proposiciones.
Disyunción inclusiva (Débil)	o	∨	Indica que se debe dar una de ellas o ambas proposiciones a la vez.
Disyunción exclusiva (Fuerte)	o... o	Δ	Indica que se debe dar una de ellas pero no ambas proposiciones a la vez.
Condicional	Si ..., entonces	→	Indica en las proposiciones una relación de causa – efecto.
Bicondicional	Si y solo si	↔	Indica que se da una relación de causa-efecto y viceversa.

Formalización de proposiciones lógicas

Es el procedimiento mediante el cual se identifican proposiciones simples y conectivos lógicos que se enlazan formando fórmulas organizadas con signos de agrupación.

Ejemplo 4

Sean las proposiciones:

- p : Voy a la biblioteca.
- q : Voy a la cafetería.

Formalice las siguientes proposiciones:

- a. Voy a la biblioteca o voy a la cafetería.

$p \vee q$
- b. Voy a la biblioteca y voy a la cafetería.
- c. Si voy a la biblioteca, entonces voy a la cafetería.
- d. No voy a la biblioteca.
- e. O voy a la biblioteca o voy a la cafetería.
- f. Voy a la biblioteca si y solo si voy a la cafetería.

A continuación, se presenta una tabla con algunos términos del lenguaje natural que designan conectivos equivalentes a los mencionados anteriormente.

Proposición	Término	Formalización
Negación	No p Es falso que p Es absurdo que p	$\sim p$
Conjunción	p pero q p aunque q p sin embargo q	$p \wedge q$
Disyunción inclusiva (Débil)	p a menos que q p salvo que q p excepto q	$p \vee q$
Disyunción exclusiva (Fuerte)	O p o q p o solamente q p o únicamente q	$p \Delta q$
Condicional	p entonces q Si p , q p implica q p por lo tanto q p es suficiente para q q si p q porque p q es necesaria para p	$p \rightarrow q$
Bicondicional	p si y solo si q p siempre y cuando q p equivale a q	$p \leftrightarrow q$

Ejemplo 5

Formalice las siguientes proposiciones:

- a. La utilidad marginal es positiva, pero disminuye conforme aumenta el consumo.

Simbolizando cada proposición simple se tiene:

p : La utilidad marginal es positiva.

q : La utilidad marginal disminuye conforme aumenta el consumo.

Formalización: $p \wedge q$

- b. Cuando aumenta el precio de un bien, disminuye la cantidad demandada del mismo.

- c. La utilidad total aumenta a menos que aumente el costo fijo.

- d. El costo promedio disminuye salvo que el nivel de producción no aumente.

- e. Subió el precio de las verduras porque subió la gasolina.

- f. No es cierto que hoy es martes y hay reunión de coordinación de curso.

- a. Formalice la proposición compuesta.

- b. Analice el valor de verdad de la proposición, asumiendo que todas las proposiciones simples son verdaderas.

- c. ¿Cuál es el valor de verdad de la proposición si la demanda del bien no aumenta y no hay más pobreza?

- d. ¿Cuál es el valor de verdad de la proposición si la crisis no continúa ni el precio del bien aumenta?

Ejercicios 1.1

1. Determine qué enunciados son proposiciones. Luego, clasifíquelas como simples o compuestas y formalice.
 - a. El pisco es peruano.
 - b. Prohibido fumar en lugares públicos como este.
 - c. $3 + 5 > 7$
 - d. Alemania y China son potencias económicas.
 - e. Estados Unidos y México son países fronterizos.
 - f. Es falso que Arequipa sea un país y Cuzco su capital.
 - g. La familia promueve el bienestar, aunque también la prosperidad de todos sus miembros.
 - h. Seré un profesional de éxito porque estudio en esta universidad.
 - i. Si la carne de avestruz es cara, su crianza no tiene razón de ser.
 - j. El que tengamos un amplio intercambio comercial con Europa conlleva a que nos afecte su crisis financiera.
 - k. En la medida que estudies, triunfarás.
 - l. Es falso que si la importación afecta la inversión interna, el crecimiento poblacional afectará al PBI.
 - m. La jalea real es el alimento especial de las abejas reinas o solo de las obreras.
2. Suponga que p y r son falsas y q es verdadera. Halle el valor de verdad de las siguientes proposiciones:
 - a. $(\sim p \wedge \sim q) \rightarrow (p \wedge \sim r)$
 - b. $(p \rightarrow \sim q) \rightarrow (\sim p \wedge \sim r)$
 - c. $(p \rightarrow \sim q) \wedge (p \rightarrow r)$
3. Si $(\sim p \wedge \sim q)$ es verdadera, halle el valor de verdad de $[(p \vee \sim q) \rightarrow (\sim p \vee q)]$
4. Halle el valor de verdad de las proposiciones p, q, r y s , sabiendo que:
 - a. $[(r \vee p) \wedge \sim q] \rightarrow p$ es falsa
 - b. $(s \wedge p) \vee [(p \rightarrow q) \vee \sim r]$ es falsa
5. ¿Se puede afirmar que la proposición $[(\sim p \vee \sim q) \wedge p] \rightarrow \sim q$ siempre es verdadera?
6. Considere la siguiente proposición:
 «Si el salario mínimo aumenta, entonces habría más desempleo de los obreros menos calificados. Sin embargo, si la población tuviera mejores ingresos, entonces consumiría más bienes».
 - a. Identifique las variables y formalice mediante un lenguaje simbólico.
 - b. Suponga que el salario mínimo no aumenta, la población no incrementa sus ingresos y que las demás proposiciones simples son verdaderas. ¿Cuál es el valor de verdad de la proposición compuesta?
 - c. Si la proposición compuesta es verdadera, y el primer antecedente y el segundo consecuente son falsos, halle los posibles valores de verdad de las demás proposiciones simples.

1.2. Análisis de argumentos

Suponga la siguiente situación:

Hoy en la mañana, le dije a mi novia que mi jefe me había convocado a una reunión, seguramente, para aumentarme el sueldo.

Le hice la siguiente promesa: «Si me suben el sueldo, entonces me caso contigo». Ella, feliz e ilusionada, espera noticias en la noche. Desafortunadamente, al llegar a su casa, le dije: «No me subieron el sueldo».

Usted, ¿qué puede concluir de esto? ¿Significa que no me voy a casar con ella?

En esta sección se observarán algunas reglas básicas de inferencia lógica que permitirán analizar argumentos y hacer inferencias válidas.

Cuantificadores

A menudo se encuentran enunciados con palabras o expresiones que indican cantidad. Las palabras *todos*, *cada uno*, *ninguno* se denominan cuantificadores universales y las expresiones *existe*, *algunos*, *hay al menos uno* se llaman cuantificadores existenciales.

Por ejemplo, considere la proposición: Todos los estudiantes de Ciencias son extrovertidos. La negación se escribiría así: «No todos los estudiantes de Ciencias son extrovertidos», o lo que es lo mismo decir: «Existen algunos estudiantes de Ciencias que no son extrovertidos».

Ahora, considere la proposición: Algunas preguntas del examen son difíciles. La negación se escribiría así: «No es cierto que algunas preguntas del examen son difíciles», o lo que es lo mismo decir: «Todas las preguntas del examen no son difíciles».

Como se observa, la negación de un cuantificador universal es el cuantificador existencial y la negación de un cuantificador existencial es el cuantificador universal.

Proposiciones equivalentes

Dos proposiciones son equivalentes si tienen el mismo valor de verdad para todas las situaciones posibles. Si p y q son las proposiciones equivalentes, se simboliza $p \equiv q$.

Ejemplo 1

Se demuestra que $p \rightarrow q \cong \sim q \rightarrow \sim p$ utilizando la tabla de verdad.

p	q	$p \rightarrow q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
V	V	V	F V F
V	F	F	V F F
F	V	V	F V V
F	F	F	V V V

Ejemplo 2

Determine que:

- a. $\sim (p \vee q) \cong \sim p \wedge \sim q$
- b. $\sim (p \wedge q) \cong \sim p \vee \sim q$

p	q	$\sim (p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

p	q	$\sim (p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
V	V		
V	F		
F	V		
F	F		

Resumiendo, se tienen las siguientes equivalencias:

- i. $p \rightarrow q \cong \sim q \rightarrow \sim p$
- ii. $\sim (p \vee q) \cong \sim p \wedge \sim q$
- iii. $\sim (p \wedge q) \cong \sim p \vee \sim q$

Ejemplo 3

Escriba de manera equivalente las siguientes proposiciones:

- a. Si la crisis económica continúa, entonces habrá más pobreza.

Formalizando: p : La crisis económica continúa.
 q : Habrá más pobreza.

Se tiene que $p \rightarrow q \cong \sim q \rightarrow \sim p$. Entonces, escribimos de manera equivalente:

«Si no habrá más pobreza, entonces la crisis económica no continúa».

- b. No es cierto que voy a la biblioteca o a la cafetería.

Formalizando: p : Voy a la biblioteca.

q : Voy a la cafetería.

Se tiene que $\sim (p \vee q) \cong \sim p \wedge \sim q$. Entonces, escribimos de manera equivalente:

«No voy a la biblioteca ni a la cafetería».

Ejemplo 4

Escriba de manera equivalente las siguientes proposiciones:

- a. Cuando aumenta el precio de un bien, disminuye la cantidad demandada del mismo.

- b. No es cierto que la utilidad total aumenta a menos que aumente el costo fijo.

- c. Hoy no es martes y no hay reunión de coordinación del curso.

Inferencia lógica

Un argumento lógico es un juicio, en el que a partir de una serie de proposiciones llamadas premisas (leyes, reglas, suposiciones, etcétera), se llega a una proposición llamada conclusión. Cuando se razona a partir de las premisas de un argumento para obtener una conclusión, se pretende que el argumento sea válido.

Los siguientes ejemplos muestran algunos argumentos. (La premisa está sobre la línea horizontal y la conclusión, debajo).

- a. Si el sábado hay examen, entonces hoy empiezo a estudiar.

El sábado hay examen.

∴ Hoy empiezo a estudiar.

- b. Si me suben el sueldo, me caso contigo.

No me subieron el sueldo.

∴ No me caso contigo.

Cuando la conclusión y las premisas son verdaderas, un argumento es válido. Un argumento no válido es una falacia.

A continuación, se describen algunas formas de razonamiento más comúnmente empleadas, llamadas reglas de inferencia.

1. Modus ponendo ponens (MPP)

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ p \\ \hline \therefore q \end{array}$$

Por ejemplo, considere las dos siguientes premisas:

Si el Estado incrementa los sueldos, la población demandará más de los bienes.

El Estado incrementa los sueldos.

Para determinar una conclusión válida, se formalizarán las premisas. Sea p «El Estado incrementa los sueldos» y sea q «La población demandará más de los bienes». Las premisas pueden escribirse simbólicamente:

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ p \end{array}$$

Según la regla MPP, se escribe la conclusión válida q «La población demandará más de los bienes».

2. Modus tollendo tollens (MTT)

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ \sim q \\ \hline \therefore \sim p \end{array}$$

Por ejemplo, considere las dos siguientes premisas:

Si me suben el sueldo, me caso contigo.

No me caso contigo.

Para determinar una conclusión válida, se formalizarán las premisas. Sea p «Me suben el sueldo» y sea q «Me caso contigo». Las premisas pueden escribirse simbólicamente:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \sim q \end{array}$$

Según la regla MTT, se escribe la conclusión válida $\sim p$ «No me suben el sueldo».

3. Silogismo hipotético puro (SHP)

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline \therefore p \rightarrow r \end{array}$$

Por ejemplo, considere las dos siguientes premisas:
Si aumenta el sueldo, se incrementa la demanda.
Si se incrementa la demanda, suben los precios.

Para determinar una conclusión válida, se formalizarán las premisas. Sea p «Aumenta el sueldo», sea q «Se incrementa la demanda» y sea r «Suben los precios». Las premisas pueden escribirse simbólicamente:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \end{array}$$

Según la regla SHP, se escribe la conclusión válida $p \rightarrow r$ «Si aumenta el sueldo, suben los precios».

4. Silogismo disyuntivo (SD)

$$\begin{array}{ll} \begin{array}{l} p \vee q \\ \sim p \\ \hline \therefore q \end{array} & \begin{array}{l} p \vee q \\ \sim q \\ \hline \therefore p \end{array} \end{array}$$

Por ejemplo, considere las dos siguientes premisas:
Voy a la biblioteca o a la cafetería.
No voy a la biblioteca.

Para determinar una conclusión válida, se formalizarán las premisas. Sea p «Voy a la biblioteca» y sea q «Voy a la cafetería». Las premisas pueden escribirse simbólicamente:

$$\begin{array}{l} p \vee q \\ \sim p \end{array}$$

Según la regla SD, se escribe la conclusión válida q «Voy a la cafetería».

Ejemplo 5

Proporcione una conclusión válida para las siguientes premisas:

- a. Si el maestro eleva la calidad de la enseñanza, entonces se genera el progreso que el Perú necesita.
El maestro eleva la calidad de la enseñanza, por lo tanto...

Sea p «El maestro eleva la calidad de la enseñanza».

Sea q «Se genera el progreso que el Perú necesita».

Las premisas pueden escribirse simbólicamente:

$$\frac{p \rightarrow q \quad p}{\therefore q}$$

Según la regla MPP, se escribe la conclusión válida q «Se genera el progreso que el Perú necesita».

- b. Si se eleva la cotización del dólar, se devalúa el nuevo sol. No se devalúa el nuevo sol. Por lo tanto...

- c. Los precios se elevan siempre que la demanda aumenta. La demanda no aumenta. En consecuencia...

[illegible]

- d. Estudias para el examen final o desapruebas el curso de Lógica. Apruebas el curso de Lógica. Por lo tanto...

- e. Si se elevan los impuestos, habrá déficit. Habrá desocupación si hay déficit. Por lo tanto...

[illegible]

- f. Si la selección de fútbol de Perú gana todos sus partidos, se clasifica para el mundial. Si Perú se clasifica al mundial, sus jugadores se cotizan mejor. La selección de fútbol gana todos sus partidos. Por lo tanto...

Sea p «La selección de fútbol de Perú gana todos sus partidos».

Sea q «El Perú se clasifica para el mundial».

Sea r «Los jugadores de la selección se cotizan mejor».

Las premisas pueden escribirse simbólicamente:

$$\frac{p \rightarrow q \quad q \rightarrow r \quad p}{\therefore r}$$

Según la combinación de las reglas MPP y SHP, se escribe la conclusión válida r «Los jugadores de la selección se cotizan mejor».

- g. Cuando estudias para los exámenes, apruebas el curso de Lógica. Si eres un estudiante responsable, estudias para los exámenes. Eres un estudiante responsable. Por lo tanto...

- h. No será separado del aula a menos que guarde su teléfono celular. Si no es separado del aula, atenderá la clase. No guarda su teléfono celular. Por lo tanto...

- i. Si haces tu examen con lapicero, tienes derecho a pedir recalificación. Si estás seguro de tus respuestas, harás tu examen con lapicero. No tienes derecho a pedir recalificación. Por lo tanto...

Ejercicios 1.2

1. Escriba la negación de las siguientes proposiciones:
 - a. Todas las clases de Lógica son interesantes.
 - b. Algunos textos del sílabo son de consulta.
 - c. Cada estudiante trae sus apuntes de clase.
 - d. Existen calculadoras solares.
 - e. Juan es puntual o pierde su trabajo.
 - f. Nelly es servicial y Gloria, amable.
 - g. Ni Juan ni David son egoístas.
 - h. José va a la reunión o no le suben el sueldo.
2. Escriba una proposición equivalente a las siguientes:
 - a. Si Noé promueve el negocio, entonces se opone al pensamiento de Pedro.
 - b. No es cierto que hoy devuelvo los libros y me condonan la multa.
 - c. Ni las políticas de Estado son malas, ni el costo social es alto.
3. Escriba la negación de las siguientes proposiciones:
 - a. Raúl triunfa o se retira del torneo.
 - b. Ana aprueba el curso y Luis no pierde su empleo.
 - c. Alex asiste a clase o no será del equipo de trabajo.

En los siguientes ejercicios, determine, en caso de ser posible, la conclusión que haga válido el argumento.

4. Se encuentran exonerados de ITF los depósitos en las cuentas de ahorro si el depósito es de remuneraciones. Juan no recibió un depósito de remuneraciones. Por lo tanto...
5. Si se realizan transferencias de fondos, entonces la transacción se verá afectada por el ITF. José realizó una transferencia de fondo. Por lo tanto...
6. Juan no gana utilidades porque no arriesga en su inversión. Ocurre que Juan gana utilidades. Luego...
7. Subió el precio del pan porque subió el precio de la gasolina. Si subió el precio del pan, el gobierno no podrá controlar la inflación. Por consiguiente...
8. Cuando la información es relevante, esta debe ser guardada para futuras referencias. La información debe ser fácilmente recuperable porque se guarda para futuras referencias. Cierta información no es fácilmente recuperable. En consecuencia...

9. No es posible que la inseguridad en las carreteras se incremente y las primas de los seguros vehiculares disminuyan. Pero la inseguridad en las carreteras se incrementa. Por lo tanto...
10. Si la demanda crece, entonces las compañías se expanden. Las compañías no se expanden o los obreros no tienen más horas de trabajo. Pero se da que los obreros tienen más horas de trabajo. Por lo tanto...
11. Sube el precio del pan porque subió el precio de la gasolina. Sube el precio de la gasolina o el gobierno no puede controlar la inflación. El gobierno controla la inflación. Luego...
12. Si el alumno es memorista y predomina la exposición del docente, entonces el alumno se convierte en un ente receptor y acumulador de conocimiento. Si el alumno es un ente receptor y acumulador de conocimientos, entonces no será libre de expresar su opinión. Por lo tanto...

Si desea continuar leyendo, puede adquirir el libro en formato físico a través de nuestra **tienda virtual**.