MARIE COSETTE GIRÓN SUAZO

Aplicaciones de matemática y cálculo a situaciones reales

MARIE COSETTE GIRÓN SUAZO

Aplicaciones de matemática y cálculo a situaciones reales

Lima, junio de 2012

© Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC)
Primera publicación: junio de 2012
Impreso en el Perú - *Printed in Peru*

Corrección de estilo: Jessica Vivanco
Diseño de cubierta: Germán Ruiz Ch.
Diagramación: Diana Patrón Miñán

Editor del proyecto editorial
Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas S.A. C.
Av. Alonso de Molina 1611, Lima 33 (Perú)
Teléf: 313-3333
www.upc.edu.pe
Primera edición: junio de 2012
Tiraje: 1000 ejemplares

Este libro se terminó de imprimir en el mes de junio de 2012, en los talleres gráficos de Gráfica Biblos S. A. ubicados en Jr. Morococha 152 Surquillo - Lima 34 - Perú.

Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC)
Centro de Información

Girón Suazo, Marie Cosette. Aplicaciones de matemática y cálculo a situaciones reales

Lima: Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas (UPC), 2012
ISBN: 978-612-4041-83-9

MATEMÁTICAS, CÁLCULO, PROBLEMAS MATEMÁTICOS, GUÍAS DE ESTUDIO

510.76 GIRO

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú n.º 2012-06107
Registro de Proyecto Editorial en la Biblioteca Nacional del Perú n.º 31501401200378

Todos los derechos reservados. Esta publicación no puede ser reproducida, ni en todo ni en parte, ni registrada en o transmitida por un sistema de recuperación de información, en ninguna forma ni por ningún medio, sea mecánico, fotoquímico, electrónico, magnético, electroóptico, por fotocopia o cualquier otro, sin el permiso previo, por escrito, de la editorial.

El contenido de este libro es responsabilidad del autor y no refleja necesariamente la opinión de los editores.

*A mi querido e inolvidable hermano, Hugo,
quien siempre estuvo orgulloso de mí.*

Contenido

Prólogo	9
Introducción	11
Problemas para ser resueltos de manera individual	13
Problemas usando ecuaciones	13
Problemas para ser resueltos mediante operaciones con matrices	33
Problemas para ser resueltos por sistemas de ecuaciones lineales (SEL)	45
Problemas para ser resueltos usando la ecuación de la recta	56
Problemas para ser resueltos usando programación lineal	63
Problemas para ser resueltos usando la teoría de funciones de variable real	76
Problemas usando el cálculo integral	131
Problemas usando trigonometría	145
Problemas para ser resueltos en grupo	147
Problema 1. Estrategias para recuperar la participación en el mercado	147
Problema 2. Relación entre el dólar y los <i>commodities</i>	151
Problema 3. El mercado de carbono	155
Problema 4. El mercado fijará los precios del gas del lote 57	159
Problema 5. Doe Run Perú	163
Problema 6. Análisis de un proyecto de inversión pública en el sector turismo: puesta en valor turístico de los restos arqueológicos del distrito de Vilcashuamán	166

Problema 7. Perú: destino turístico de la inversión local e internacional	174
Problema 8. Proyecto turístico en Madre de Dios	183
Problema 9. <i>Spa</i> ecológico de Colca Lodge	187
Problema 10. Proyecto Deep Impact	197
 Anexos	 207
Anexo 1. El crecimiento poblacional del Perú y sus componentes	209
Anexo 2. Perú: Población total según departamentos	211
Anexo 3. Valor actual neto (VAN)	212
Anexo 4. Suma de niveles de presión acústica en dB	213
Anexo 5. Acercándonos a la realidad	214
 Bibliografía	 217

Índice por aplicaciones a especialidades

Problemas aplicados a la hotelería y turismo

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 28, 30, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 43, 45, 46, 50, 51, 52, 53, 54, 57, 58, 59, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 69, 70, 71, 72, 73, 74, 77

Problemas aplicados a la administración

31, 32, 41, 42, 60, 61, 62

Problemas aplicados a la ingeniería

26, 27, 89

Problemas aplicados a las ciencias de la salud

9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 29, 48, 49, 56, 75, 78, 79

Problemas aplicados a la arquitectura

80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88

Problemas aplicados a la ciencia ambiental

19, 30, 38, 39, 40, 44, 47, 48, 49, 68, 69, 71, 76

Prólogo

Aplicaciones de matemática y cálculo a situaciones reales es un libro que se enfoca en relacionar conceptos matemáticos con casuística basada en situaciones reales y cotidianas. Así, esta obra tiene como fin facilitar el aprendizaje de los estudiantes. Para lograr este propósito, Cosette pone en práctica su gran facilidad para plasmar matemáticamente lo que ocurre a nuestro alrededor.

La gran dificultad de los alumnos en el aprendizaje de la matemática en el ámbito universitario ha sido siempre el nivel de abstracción que muchos temas requieren. Los clásicos problemas que el alumno no llega a comprender y que resuelve sobre la base de un método o «receta» preestablecida lo único que logran es que el estudiante memorice los pasos que debe seguir sin llegar a entender realmente en qué situaciones debe usar tal o cual concepto matemático.

En ese sentido, la profesora Marie Cosette Girón ha demostrado a lo largo de su trayectoria como docente que no solo está interesada en enseñar matemática, sino que se ha preocupado, sobre todo, por encontrar la mejor forma para que los estudiantes la aprendan. En su experiencia, Cosette ha descubierto que el estudiante se interesa en la matemática cuando viene acompañada de un entorno conocido de la realidad que lo rodea. El enseñar temas matemáticos a través de ejercicios y ejemplos ligados a hechos reales y, sobre todo, cotidianos promueve un acercamiento entre el alumno y la matemática y, por consiguiente, un mejor aprendizaje.

Al respecto, el presente libro es una prueba de este esfuerzo de ligar los aprendizajes de temas matemáticos con hechos reales que ocurren en nuestro propio entorno. Para Cosette es fuente inagotable de inspiración todo suceso que ocurre en nuestra realidad y que los estudiantes puedan relacionar con algún tema de sus cursos de matemática. Por ello, en los 89 problemas para resolución individual que contiene, toma hechos sencillos extraídos de nuestra realidad para indicarles a los estudiantes

que es allí donde se emplea la matemática. Desde un porcentaje, pasando por el uso de ecuaciones hasta la aplicación de las curvas de las funciones son temas ligados por los problemas con sucesos que ocurren en nuestras vidas cotidianas.

Aplicaciones de matemática y cálculo a situaciones reales será un libro que de seguro contribuirá al mejor entendimiento de los conceptos de la matemática y aportará mucho en los resultados obtenidos por los estudiantes en sus cursos de matemática y cálculo.

Juan Luis Fernando Sotelo Raffo
Director del Área de Ciencias
Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas

Introducción

Este libro contiene problemas matemáticos basados en situaciones reales, coyunturales o que ha vivido el Perú. En ese sentido, incluye casos surgidos de conflictos socioambientales; campañas que promocionan el turismo como «Cusco pone», «Selva pone», etcétera; proyectos de exploración y explotación de yacimientos del gas como los del consorcio Camisea o casos de contaminación ambiental de la ciudad La Oroya; entre otros.

Está dirigido principalmente a los alumnos que estudian los cursos de pre-Cálculo. Aquí encontrarán una serie de problemas resueltos paso a paso que harán más sencilla su comprensión. El objetivo final es incentivar a los alumnos a analizar problemas —o situaciones reales— y resolverlos usando herramientas matemáticas.

La motivación para escribir *Aplicaciones de matemática y cálculo a situaciones reales* fue la falta de metodología y actualización de los casos planteados que se presentan en los libros nacionales. Asimismo, es importante mencionar que los libros de editoriales extranjeras que se utilizan en nuestro país contienen aplicaciones matemáticas descontextualizadas de nuestra realidad. Por lo mencionado líneas anteriores este libro puede considerarse como único en el Perú y uno de los pocos en Latinoamérica desarrollado a partir de problemáticas reales.

Cada problema nació de un caso real, luego se procedió a la investigación de la información existente en fuentes fiables y, por último, a la creación del problema. Cada problema en el libro se presenta con una breve descripción del suceso, a continuación se exponen los datos numéricos, que pueden estar en gráficos o matrices, y finalmente las preguntas. La solución se encuentra a continuación de estas.

Este libro está dividido en dos partes: la primera contiene problemas cortos que suelen ser desarrollados en una clase o en evaluaciones, y la segunda parte, problemas para ser resueltos en grupos, que suponen un mayor nivel de dificultad. Todos los problemas están ordenados por temas: desde ecuaciones, pasando por matrices y funciones de variable real, hasta cálculo integral. Además, en la parte final se encuentran los problemas agrupados por especialidad de cada carrera.

Finalmente, quisiera expresar mi profundo agradecimiento a los miembros del Fondo Editorial de la Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas, quienes han trabajado mucho tiempo revisando el texto y gráficos con un cuidado meticuloso, a Luis Hoyos y a los profesores Oscar Hidalgo, Paul Llaque, Fernando Sotelo, José Cuevas y Enrique Piñeyro por sus eruditos consejos.

Problemas para ser resueltos de manera individual

PROBLEMAS USANDO ECUACIONES

Problema 1. Ingreso de aerolíneas por la campaña «Cusco pone»

Por la campaña «Cusco pone», LAN Perú vendió 138 034 asientos a una tarifa de \$ 49, tarifa con la cual triplicaron el ingreso estimado. Mientras que StarPerú vendió 2 010 asientos a la tarifa de \$ 79.

El perfil del turista que visita Cusco es el siguiente:

Distribución de turistas en el Cusco

Fuente: MINCETUR 2011.

- Determine el ingreso inicial estimado por LAN Perú
- Determine el ingreso de divisas generados por cada aerolínea obtenido por los turistas extranjeros durante la campaña.

Solución:

- El ingreso estimado por LAN Perú fue $\frac{1}{3} (138\,034 \times 49) = \$ 2\,254\,555,33$.
- El ingreso de divisas generado por cada aerolínea se calcula de la siguiente manera:

$$\text{LAN Perú: } 0,70 (138\,034 \times 49) = \$ 4\,734\,566,2$$

$$\text{StarPerú: } 0,70 (2\,010 \times 79) = \$ 111\,153$$

Problema 2. Crecimiento acelerado y sostenido del turismo en el Perú

El número de turistas que visitó nuestro país pasó de 1,5 millones personas en el año 2005 a 2,1 millones en el 2009. A pesar de la crisis financiera internacional, el Perú no ha dejado de recibir un número creciente de turistas, lo que corrobora el gran atractivo turístico del país¹.

Turistas de los cinco continentes

Si bien hay una marcada participación de turistas norteamericanos y europeos, existe un creciente interés de parte de turistas latinoamericanos, que por su cercanía disponen de mayores facilidades para viajar e, incluso, repetir la visita.

¹ Cfr. MINCETUR 2011.

Arribo de turistas según región de procedencia

Fuente: MINCETUR 2011.

Posicionamiento en el segmento Premium

El perfil del turista extranjero corresponde, en su mayoría, a personas que llegan a vacacionar al Perú.

Motivos del viaje al Perú

Fuente: MINCETUR 2011.

Fuente: MINCETUR 2011.

Determine el número de turistas provenientes de Europa que visitaron el Perú en el año 2009 por motivos de vacaciones y que viajaron por cuenta propia.

Solución

El número de turistas pedido es:

$$2,1 \times 10^6 \times 0,1884 \times 0,61 \times 0,68 = 164\,111$$

Problema 3. Proyecto de un albergue turístico para personas de la tercera edad

Ubicación

Localidad de Santo Tomás, distrito de San Juan Bautista, provincia de Maynas, departamento de Loreto.

Descripción

PromPerú indica que Estados Unidos gasta 1 400 millones de dólares en turismo, orientados a asociaciones de jubilados. Por ello, el presente estudio pretende

cubrir este segmento de actividad turística dirigida a la población de personas de tercera edad².

Variables económicas estimadas

Costo fijo mensual: \$ 2 700

Costos de operación y mantenimiento (costos variables): 20 dólares/turista

Precio de estadía: 35 dólares/turista

- Si q representa al número de turistas que se hospedaron en el albergue al mes, determine las ecuaciones costo total (C), ingreso (I) y utilidad (U) del proyecto, en términos de q .
- Determine el volumen mínimo de producción (en adelante VMP). Escriba sus unidades.
- Determine la utilidad del proyecto si se registró un ingreso de 1 500 turistas en un mes.

Solución

- Las ecuaciones son:

$$C = 2\,700 + 20q$$

$$I = 35q$$

$$U = 15q - 2\,700$$

- El VMP se calcula:

$$U = 0 = 15q - 2\,700; \text{ VMP} = 180 \text{ turistas al mes}$$

- La utilidad por el ingreso de 1 500 turistas al mes es:

$$U = 15(1\,500) - 2\,700 = 19\,800 \text{ dólares mensuales}$$

2 Cfr. Embajada de los Estados Unidos de Norteamérica 2011.

Problema 4. Proyecto circuito turístico Iquitos-Amazonas-Nauta

Ubicación

Las zonas ribereñas indígenas de Tamshiyacu, caserío de yacapana, ciudad de Nauta y la zona de influencia de la carretera Iquitos - Nauta, ubicados en el departamento de Loreto.

Descripción

La amazonía, por su configuración geográfica y riqueza natural, ofrece una variedad de productos turísticos para satisfacer a los visitantes foráneos que lleguen a sus tierras. El propósito de este proyecto es la creación de condiciones necesarias para mejorar la oferta turística en la región Loreto, sobre la base de sus recursos turísticos. Por esta razón se ha considerado implementar un gran circuito turístico de acuerdo al Plan Maestro³.

Variables económicas estimadas

Costo fijo mensual: \$ 5 500

Costos de operación y mantenimiento (costos variables): 2 dólares/turista

Precio de entrada al circuito: 3 dólares/turista

- Si q representa al número de turistas que visitaron el circuito al mes, determine las ecuaciones costo total, ingreso y utilidad del proyecto, en términos de q .
- Determine el VMP. Escriba sus unidades.
- Determine la utilidad mensual de proyecto si se registró un ingreso de 1 500 turistas en un mes.

Solución

- Las ecuaciones son:

$$C = 5\,500 + 2q$$

$$I = 3q$$

$$U = q - 5\,500$$

³ Cfr. Embajada de los Estados Unidos de Norteamérica 2011.

- b. El VMP se calcula:

$$U = 0 = q - 5\,500; \text{ VMP} = 5\,500 \text{ turistas al mes}$$

- c. La utilidad por el ingreso de 1 500 turistas al mes es:

$$U = 1\,500 - 5\,500 = -4\,000 \text{ dólares (pérdida)}$$

Problema 5. Proyecto complejo turístico cultura Sipán

Ubicación

Departamento de Lambayeque, provincia de Chiclayo, distrito de Sipán. El complejo turístico sería edificado en un terreno de la cooperativa Pomalca.

Descripción

El complejo turístico ofrecerá sus servicios, tanto a turistas nacionales como extranjeros, durante todo el año, brindando un paquete de servicios que se complementen entre sí. El proyecto hotelero tendrá una categoría de 3 estrellas, con 52 habitaciones y 32 *bungalows*, área para restaurante y bar, sala de reuniones, piscina, canchas deportivas, salas de juegos, discotecas, anfiteatro, etcétera⁴.

Variables económicas estimadas

Costo fijo mensual: \$ 10 000

Costos de operación y mantenimiento (costos variables): 50 dólares/turista

Precio del paquete promocional (3 días de hospedaje): 100 dólares/turista

- Si q representa al número de paquetes promocionales al mes, determine las ecuaciones costo total, ingreso y utilidad del proyecto, en términos de q .
- Determine el VMP al mes. Escriba sus unidades.
- Determine la utilidad del proyecto si se registró la venta de 500 paquetes promocionales al mes.

4 Cfr. Embajada de los Estados Unidos de Norteamérica 2011.

Solución

- a. Las ecuaciones son:

$$C = 10\,000 + 50q$$

$$I = 100q$$

$$U = 50q - 10\,000$$

- b. El VMP se calcula:

$$U = 0 = 50q - 10\,000; \text{ VMP} = 200 \text{ paquetes turísticos al mes}$$

- c. La utilidad por el ingreso de 500 paquetes turísticos al mes es:

$$U = 50(500) - 10\,000 = 15\,000 \text{ dólares mensuales}$$

Problema 6. Proyecto complejo turístico recreacional Baños del Inca**Ubicación**

Departamento de Cajamarca, provincia de Cajamarca, distrito de Baños del Inca.

Descripción

El complejo turístico actualmente cuenta con 8 *bungalows* y tiene una categoría asignada de 2 estrellas. Es necesaria la implementación de infraestructura que posibilite el otorgamiento de adecuados servicios a los turistas; para ello se planifica la construcción de un pabellón de *bungalows*, con sus respectivas áreas de recreación. Asimismo, se proyecta la categoría de 3 estrellas⁵.

Variables económicas estimadas

Costo fijo mensual: \$ 3 500

Costos de operación y mantenimiento (costos variables): 20 dólares/turista

Precio del paquete turístico: 50 dólares/turista

5 Cfr. Embajada de los Estados Unidos de Norteamérica 2011.

- Si q representa el número de paquetes turísticos que se contrataron al mes, determine las ecuaciones costo total, ingreso y utilidad del proyecto, en términos de q .
- Determine el VMP al mes. Escriba sus unidades.
- Determine la utilidad del proyecto si se registró la venta de 300 paquetes turísticos al mes.

Solución

- Las ecuaciones son:

$$C = 3\,500 + 20q$$

$$I = 50q$$

$$U = 30q - 3\,500$$

- El VMP se calcula:

$$U = 0 = 30q - 3\,500; \text{ VMP} = 117 \text{ paquetes turísticos}$$

- La utilidad por la venta de 300 paquetes turísticos es:

$$U = 30(300) - 3\,500 = 5\,500 \text{ dólares}$$

Problema 7. Conciertos internacionales: un imán de turistas⁶

Según informaron distintos análisis económicos, los artistas internacionales resultan un gran atractivo para los turistas que planifican su viaje con el objetivo de ir a un concierto, y finalmente se quedan conociendo el lugar.

Vip's Tour, empresa turística, ofreció un *tour* para los conciertos de Guns N' Roses y Aerosmith, que consistía en el traslado del aeropuerto o terminal de ómnibus, una noche de alojamiento, traslado hasta el concierto y entrada al sector escogido, en este caso, el más barato, por un costo de 160 dólares por turista.

- Si q representa el número de turistas que tomaron dicho *tour*, determine la ecuación del ingreso.

6 Cfr. Ultimahora.com 2011.

Si desea continuar leyendo, puede adquirir el libro en formato físico a través de nuestra **tienda virtual**.